Répétitions de Physique Générale
Deuxième candidature

Professeur Yves Lion
Dr Michel Saucin
Dr J.R. Cudell
Mr B. Vatovez

18 octobre 2004

R1. Les ondes matérielles 1 (Fascicule de mécanique)

Auteur : M. Saucin

1. Etant donné l'onde $y = 2sin[2\pi(0,1x - 5t)]$, où x est exprimé en mètres et t en secondes, déterminer :
   a) la longueur d'onde, la fréquence et la période,
   b) la vitesse et le sens de propagation,
   c) l'amplitude.

2. Exercice 9 p. 151.

3. Exercice 8 p. 146.

4. Exercice concernant les cordes d'un violon, p. 149.

5. Exercice 11 p. 151.

6. Exercice 9 p. 148.

7. Exercice 12 p. 151.

R2. Les ondes matérielles II

Auteurs : J.R. Cudell, B. Vatovez

1. a) Montrer qu'une onde élastique transversale se propageant le long de l'axe des x et correspondant à un déplacement $\vec{\xi}$ de composantes

$$\xi_y = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$$

et

$$\xi_z = \xi_0 \cos(kx - \omega t)$$

est circulairement polarisée.
b) Déterminer le sens de rotation de $\vec{\xi}$ tel que le voit un observateur placé sur l'axe des x.
c) Ecrire les expressions de ξ_y et ξ_z pour une onde de polarisation opposée.

2. a) Ecrire l'expression d'une onde de pulsation ω, polarisée linéairement, dont le plan de vibration fait un angle de 30^o avec le plan (z, x), et qui se propage dans la direction et les sens des z positifs.
b) Décrire l'état de polarisation des ondes suivantes :
- $\vec{\xi}(z,t) = \vec{i}\ \xi_0 \sin(k(z - vt)) - \vec{j}\ \xi_0 \sin(k(z - vt))$;
- $\vec{\xi}(z,t) = \vec{i}\ \xi_0 \sin(\omega t - kz) + \vec{j}\ \xi_0 \sin(\omega t - kz - \pi/4)$;

3. Etablir l'équation des ondes de densité dans une colonne gazeuse.

4. La pression dans une colonne gazeuse obéit à l'équation

$$p - p_0 = \mathcal{P}_0 \sin 2\pi(t/T - x/\lambda)$$

a) Etablir l'expression des ondes de densité et de déplacement dans le gaz.
b) Montrer que les ondes de pression et de densité sont en phase, mais que l'onde de déplacement est déphasée d'un quart de longueur d'onde.
c) Tracer, à un instant donné, les graphes des trois ondes sur une distance de plusieurs longueurs d'ondes.

5. Soit $v_\phi(\lambda) = \lambda\nu(\lambda)$ la vitesse de phase d'une onde. En combinant deux ondes de fréquences proches et de même amplitude, montrer que la vitesse de propagation de leur enveloppe, dite *vitesse de groupe*, est donnée par

$$v_g(\lambda) = v_\phi(\lambda) - \lambda \frac{dv_\phi(\lambda)}{d\lambda}.$$

6. L'expression générale de la vitesse de propagation d'ondes à la surface d'un

liquide est

$$v = \sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\mathcal{T}}{\rho\lambda}\right) \operatorname{th}\frac{2\pi h}{\lambda}}$$

où h est la profondeur du liquide, g l'accélération de la gravité, $\mathcal{T}$ la tension superficielle (environ 0.073 N/m pour de l'eau à 20^o C), ρ la masse volumique.
a) Trouver l'expression de la vitesse si $h >>> \lambda$ et dans le cas contraire.
b) Dans chaque cas, dérivez la vitesse de groupe de l'onde. Peut-elle être plus grande que la vitesse de phase ?
c) Quelle est la longueur d'onde d'une onde de fréquence 1 Hz dans les deux cas ?

7. Un champ obéit à l'équation de propagation

$$\partial^2\xi/\partial t^2 = a\partial^4\xi/\partial x^4$$

où a est une constante.
a) Admet-il une fonction harmonique comme solution ?
b) Admet-il $\xi = f(x \pm vt)$ comme solution ?
c) Peut-on conclure des résultats précédents que le champ se propage sans déformation ?

R3. Les ondes électromagnétiques (Fascicule d'optique)

Auteur : M. Saucin

1. L'équation d'onde d'une onde harmonique infrarouge se déplaçant dans un milieu transparent est :

$$E_x(y,t) = E_{0x} sin \left[2\pi \left(\frac{y}{5.10^{-7}} - 3.10^{14}t\right)\right]$$

en unités S.I. Déterminer l'indice de réfraction du milieu pour la fréquence donnée et la longueur d'onde dans le vide.

2. Dans une expérience de Young, les franges d'interférence, produites sur un écran situé à 1,50 m des fentes, sont distantes de 1,5 mm. La distance des trous est de 0,5 mm. Calculer la longueur d'onde de la lumière incidente.

3. Etudier un dispositif de Young à deux fentes, avec une source décentrée par rapport aux fentes.

4. Supposez qu'une lame mince de verre, d'indice $n = 1,3$, est placée en face d'une des deux fentes dans un dispositif de diffraction de Young.

a) Quelle devra être l'épaisseur du verre pour obtenir une différence de phase de π entre les deux fentes ?

b) Dans ce cas, expliquez comment la figure de diffraction sera modifiée par l'introduction de la lame.

5. Etudier la figure d'interférence produite dans une lame d'angle α petit.

6. Des anneaux de Newton sont formés dans l'air compris entre une surface plane de verre et une surface sphérique de rayon égal à 0,5 m. Si le diamètre du troisième anneau brillant vaut 1,81 mm, quelle est la longueur d'onde utilisée ?

7. Un résau de diffraction dont le pas est de 2 μm est éclairé normalement par deux radiations de longueurs d'onde 589 nm et 589,6 nm. Calculer l'écart angulaire de ces radiations dans le premier et le troisième ordres. Donner la dispersion du réseau dans chaque cas, ainsi que le pouvoir de résolution du réseau.

8. Un réseau plan est éclairé normalement par des radiations comprises entre 400 et 700 nm. A partir de quelle longueur d'onde le spectre du deuxième ordre recouvre-t-il partiellement celui du troisième ordre ?

9. On dispose d'un réseau de 10000 traits et de 2 cm de largeur que l'on éclaire sous incidence normale par une radiation de 500 nm.

a) Quelles seront les déviations des quatre premiers maxima ?

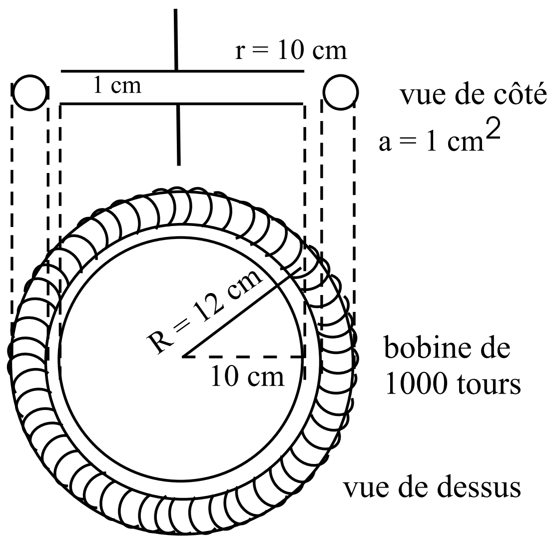
b) Quel est le pouvoir de résolution du réseau dans le second ordre ?
c) Que vaut la dispersion du réseau dans le second ordre ?
d) Quelle est la valeur de la longueur d'onde la plus proche de 500 nm pouvant être détectée dans le second ordre ?
e) Quel y est son écart angulaire par rapport à la radiation diffractée de 500 nm ? Même question pour l'écart linéaire sur un écran disposé dans le plan focal d'une lentille de longueur focal 20 cm.

R4. Les ondes électromagnétiques II

Auteur : Y. Lion

1. Calculez les valeurs de pointe de la densité de courant de déplacement et le courant de déplacement entre les armatures circulaires d'un condensateur de rayon = 10 cm, la séparation entre les armatures étant de 1 mm et le diélectrique étant le vide. Le potentiel appliqué est égal à $100 \sin \omega t$ avec $\omega = 2\pi 10^{-6}$ rad s^{-1}. Ignorez les effets de bord.

2. Il n'est pas facile de mesurer le courant de déplacement et Hertz a rencontré de très grandes difficultés pour le mesurer il y a plus de cent ans. Avec les équipements modernes, cela peut être fait. En voici un exemple. Reprenons l'exercice 1 et écartons les armatures du condensateur de 1 cm au lieu de 1 mm. Puisqu'il existe un champ oscillant entre les armatures, il doit exister un champ $\vec{B}$ circulant autour du condensateur. Avec le potentiel appliqué de $100 \sin \omega t$ Volts, calculez la valeur de pointe de la f.e.m. induite dans une bobine toroïdale de 1000 tours, de section droite égale à 1 cm^2 et de rayon moyen égal à 12 cm.



Vue de dessus et de côté du condensateur circulaire entouré de la bobine

3. Démontrez les relations suivantes (f, $\vec{F}$ et $\vec{G}$ dépendent de $\vec{r}$) :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{F} \wedge \vec{G}) = \vec{G} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{F}) - \vec{F} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{G})$$

$$\vec{\nabla} \cdot (f\vec{F}) = f(\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) + \vec{F} \cdot (\vec{\nabla} f)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{F}) = 0$$

$$\vec{\nabla} \wedge (f\vec{F}) = f(\vec{\nabla} \wedge \vec{F}) + \vec{\nabla} f \wedge \vec{F}$$

4. Rappel des équations de Maxwell

$$div\vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f$$

$$div\vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$rot\vec{E} = \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$rot\vec{H} = \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{j}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Commentaires

(a) Pour les matériaux homogènes, isotropes, les équations peuvent être exprimées uniquement en termes de $\vec{E}$ et de $\vec{B}$. En effet, pour les matériaux homogènes, les valeurs de ϵ et de μ sont bien définies. Les propriétés des milieux isotropes sont les mêmes dans toutes les directions mais on peut facilement imaginer une substance non isotrope constituée d'une structure moléculaire ordonnée telle que la polarisation réponde différemment selon la direction des champs appliqués.

(b) Ce sont les charges libres qui interviennent dans ρ_f et $\vec{j}_f$.

5. Un signal émis par une station FM de fréquence 10^8 Hz est, en un point, animé d'une vitesse de propagation dirigée vers les x positifs. $|\vec{E}|$ a une valeur maximum égale à 10^{-2} V/m et est dirigé vers les y positifs en t = 0 et r = 0.

   a) Ecrivez la fonction d'onde en exprimant $\vec{E}$ et $\vec{k}$ en termes des vecteurs unitaires appropriés et évaluez ω.

   b) Calculez la valeur maximum de $|\vec{B}|$ et donner le sens de $\vec{B}$ quand $\vec{E}$ est dirigé vers les y positifs.

6. Pour le signal de l'exercice précédent, calculez :

   (a) le module et la direction du vecteur de Poynting moyenné sur le temps ;

   (b) la densité d'énergie locale moyennée sur le temps ; vérifiez que les deux réponses sont concordantes.

7. Refaites le même exercice mais, cette fois, supposez que le signal se propage dans l'eau de constante diélectrique $\epsilon_r = 80$, $\mu_r = 1$. Supposez que le flux d'énergie et la fréquence sont identiques aux données de l'exercice précédent.

(a) Calculez la vitesse de phase et les amplitudes E_0 et H_0 de $\vec{E}$ et $\vec{H}$.

(b) Calculez les densités d'énergie.

(c) Vérifiez que la densité d'énergie calculée vous donne un flux d'énergie cohérent avec le vecteur de Poynting. L'énergie transportée par le champ électrique et le champ magnétique est-elle encore la même ?

8. Un laser de puissance au laboratoire de physique produit des impulsions de 1 ns à une longueur d'onde de 527 nm, chaque impulsion transportant une énergie égale à 300 J concentrée dans un rayon de $0,5\ 10^{-4}$ m.

   En supposant que l'impulsion, uniforme dans l'espace et dans le temps, se déplace dans la direction des y positifs et qu'elle est polarisée selon x, calculez les grandeurs suivantes qui caractérisent le rayonnement :

   ω, k_x, k_y, k_z, E_{0x}, E_{0y}, E_{0z}, B_{0x}, B_{0y}, B_{0z}.

   Sachant que l'air est ionisé par un champ égal à $3\ 10^6$ V/m, expliquez pourquoi le faisceau laser doit se propager dans le vide.

9. Un solénoïde de longueur égale à 1,5 m est constitué de 5000 tours. Il est en forme de tore et est parcouru par un courant de 5 A.

   (a) par la loi d'Ampère, calculez l'induction magnétique à l'intérieur de la bobine vide

   (b) la bobine est alors remplie d'un matériau de susceptibilité magnétique $\chi_m = 0,2$. Votre copain prétend que l'échantillon sera caractérisé par une aimantation égale à $M = \chi_m B/\mu_0$ où B est l'induction calculée en a). Expliquez pourquoi votre copain a tort et donnez une estimation correcte de l'aimantation.

R5. Optique géométrique(Fascicule d'optique)

Auteurs : M. Saucin et J.R. Cudell

1. Etablir la relation entre la position d'un objet et celle de son image par rapport à un dioptre plan et par rapport à une lame à faces parallèles.

2. Etablir les conditions d'émergence d'un rayon incident sur un prisme.

3. Etablir la relation entre l'indice de réfraction n et l'angle de déviation minimum d'un rayon lumineux traversant un prisme. Etablir la formule donnant la dispersion d'un spectrographe à prisme, et résoudre l'exercice 4a p. 52.

4. Exercice 12 p.32.

5. Déterminer graphiquement et analytiquement la position et la grandeur de l'image d'un objet lumineux donnée par un système de deux lentilles convergentes. Même exercice dans le cas de deux lentilles divergentes.

6. Etablir la formule qui donne la puissance d'un microscope en fonction des grossissements de l'oculaire et de l'objectif, et en fonction des distances focales et de la distance oculaire-objectif.

7. Un microscope est muni d'un objectif et d'un oculaire dont les puissances respectives sont de 100 et 200 dioptries. Il est utilisé sans accommodation par un observateur à vue normale.

1) La distance de l'oculaire à l'objectif étant de 16 cm, calculer :

a) le grossissement commercial de ce microscope ;

b) l'angle sous lequel on voit à travers cet instrument un globule rouge dont le diamètre est de 22 microns ;

c) le diamètre d'un objet qui serait vu à l'œil nu, sous cet angle, à la distance de 25 cm.

2) A l'aide d'un tube à tirage, on éloigne l'oculaire de l'objectif de manière à augmenter de 10 cm la distance oculaire-objectif.

a) Quelle est la nouvelle valeur du grossissement commercial ?

b) De combien et dans quel sens faut-il déplacer le système optique par rapport à l'objet pour rétablir la mise au point ?

c) Le résultat étant obtenu en tournant de 2,5 tours la vis micrométrique, quel est le pas de cette vis ?

R6. La physique moderne

Auteur : M. Saucin

1. Le rayonnement qui nous arrive du soleil reçu normalement sur une surface noire placée hors de l'atmosphère terrestre produit un dégagement de chaleur de 1395 W/m^2.

1) Considérant le soleil comme un corps noir, calculer sa température, sachant que son diamètre apparent vaut 32'.

2) Ce rayonnement tombe normalement sur une des faces d'un disque noir dont l'autre face est calorifugée. Calculer la température d'équilibre de ce disque lorsqu'il est :

a) isolé dans l'espace ;

b) placé dans une enceinte isotherme à 27řC, avec une petite ouverture pour laisser passer les rayons solaires.

3) Idem avec une sphère conductrice, noire sur toute sa surface.

2. Un faisceau lumineux de longueur d'onde $\lambda = 0,5\mu$m arrive perpendiculairement sur une surface parfaitement absorbante de surface $S = 1$ cm^2. Soit $P = 10$ W l'énergie reçue par unité de temps par la surface.

a) Quel est le nombre de photons N qui arrivent par seconde sur la surface ?

b) Quel est le nombre N' de photons du faisceau par unité de volume ?

c) Quelle est la quantité de mouvement p d'un photon ?

d) On admet que p est transmise à la surface et que la force de radiation F exercée par le faisceau sur la surface est égale 'a la quantité de mouvement par unité de temps. Calculer F et la pression de radiation P_R.

3. De la lumière de longueur d'onde $\lambda = 450$ nm tombe sur une surface de Na dont le travail d'extraction minimum vaut 2,3 eV. Déterminer :

a) l'énergie et la quantité de mouvement des photons incidents ;

b) l'énergie cinématique maximale des photoélectrons et le potentiel d'arrêt ;

c) la fréquence seuil et la longueur d'onde correspondante.

4. Une radiation de longueur d'onde $\lambda = 1,00000$ Åsubit l'effet Compton dans un échantillon de carbone. La radiation diffusée est observée à 90ř de la direction incidente. Trouver :

a) la longueur d'onde de la radiation diffusée ;

b) l'énergie cinétique et la direction de l'électron impliqué.

5. Etudier les angles de diffraction d'un faisceau d'électrons de 60 keV par un matériau polycristallin dans lequel la distance entre deux atomes voisins vaut 2 Å.

6. Dans un tube de Coolidge, lorsque des électrons sont fortement accélérés, il se produit une émission de rayons X. Quelle sera la longueur d'onde minimale si $V = 50$ keV ?

7. Un maximum d'interférence pour la diffraction de rayons X de longueur d'onde $\lambda = 0,156$ nm se produit lorsque l'angle entre le faisceau et la surface du cristal est de 12,8ř. Ce maximum est dû à la diffraction produite par des atomes situés dans des plans parallèles. S'il s'agit d'un maximum du premier ordre, déterminer la distance interplanaire.

8. Déterminer le courant électrique dû à l'électron dans les trois premières orbites de Bohr.

R7. La physique moderne II

Auteur : J.R. Cudell

1. Rappels de l'équation de Schödinger, et de l'équation de continuité.

2. Trouvez les énergies des états liés d'une particule dans un puits de potentiel à une dimension : $V(x) = -V_0$ pour $-a < x < a$ et $V(x) = 0$ sinon. Que ce passe-t-il si $a \to 0$ ou si $V_0 \to \infty$?

3. Le théorème "d'oscillation" dit que si les valeurs propres d'une équation de Schrödinger sont non dégénérées, et sont placées en ordre croissant $E_1 < E_2 < E_3 < ... < E_n$, alors les fonctions propres correspondantes auront de plus en plus de zéros, la fonction propre correspondant à la n^e valeur propre ayant $n-1$ zéros. Montrez qu'entre deux zéros consécutifs de la n^e fonction propre, la $(n+1)^e$ aura au moins un zéro.

4. Montrez qu'à une dimension, le spectre des états liés est toujours non dégénéré.

5. Les électrons de conduction dans un métal sont liés au métal par un potentiel moyen $-V_0$. Calculez, dans un modèle à une dimension, donné par $V(x) = -V_0$ si $x < 0$ et $V(x) = 0$ si $x > 0$, la probabilité de réflexion et de transmission d'un électron approchant la surface du métal avec une énergie totale E,
a) si $E > 0$;
b) si $-V_0 < E < 0$.

6. Un faisceau monochromatique d'électrons frappe la surface du métal comme dans le problème 5. Calculez la probabilité de réflexion de ces électrons si leur énergie est de 0,1 eV et $V_0 = 8$ eV.

7. Montrez que le spectre d'énergie d'une particule liée dans le potentiel périodique de la figure a une structure en bandes. Ecrire les équations générales, et les résoudre dans le cas $V_0 \to \infty$, $b \to 0$, avec $2mbV_0 \equiv K\hbar$ constant.