

# Calcul d'erreurs 2 : courants continus

## 1 But du laboratoire

Mesures d'une résistance, y compris une estimation de l'erreur statistique et de l'erreur systématique. Comparaison des méthodes, et combinaison des résultats. On choisira d'abord une des résistances marquées CCRn, que l'on utilisera tout au long du laboratoire.

## 2 Introduction

On a vu lors du laboratoire sur les courants continus trois façons de mesurer une résistance : soit par l'application directe de la loi d'Ohm  $V = RI$ , soit la mesure à l'ohmmètre, soit la mesure par un pont de Wheatstone. On a aussi vu que le code des couleurs permettait de vérifier la mesure. Or, une mesure consiste en l'évaluation de la valeur centrale, et des erreurs. Nous allons donc extraire une mesure réelle des trois méthodes, et la comparer avec les spécifications du constructeur.

## 3 Mesure à l'ohmmètre

### 3.1 Étalonnage

On peut mesurer la résistance à l'ohmmètre (en n'oubliant pas de procéder d'abord au tarage !). Afin d'obtenir une mesure précise, on procédera à l'étalonnage de l'ohmmètre. Pour ce faire, il y a quatre résistances étalons de valeurs  $500 \Omega$ ,  $1000 \Omega$  (2 fois) et  $2000 \Omega$ , marquées 0,5k, 1k et 2k. Ces résistances sont précises à  $1 \text{ ‰}$ . En les combinant, on peut obtenir des étalons allant de  $222,2 \Omega$  à  $4500 \Omega$ .

Autour de la valeur de la résistance mesurée plus haut, choisissez ou construisez 4 étalons. Mesurez leur valeur à l'ohmmètre, et évaluez l'erreur de lecture. Reportez vos résultats dans un tableau indiquant la valeur mesurée  $R_m$ , l'erreur de mesure, la valeur de l'étalon  $R_e$ , l'erreur de l'étalon et l'erreur totale  $\Delta R$ . En sixième et septième colonnes, calculez la correction systématique relative  $\frac{R_m - R_e}{R_e}$ , ainsi que l'erreur sur la correction  $\frac{\Delta R}{R_e}$ . Reportez ces valeurs sur un graphe, et interpolez les valeurs centrales, ainsi que les extrémités supérieures et inférieures des barres d'erreurs. Ceci vous donne la courbe d'étalonnage de l'ohmmètre.

### 3.2 Mesure

Mesurez la résistance utilisée précédemment dans le cadre de la loi d'Ohm. Faites la mesure dix fois à tour de rôle, et obtenez la valeur centrale et l'erreur statistique de

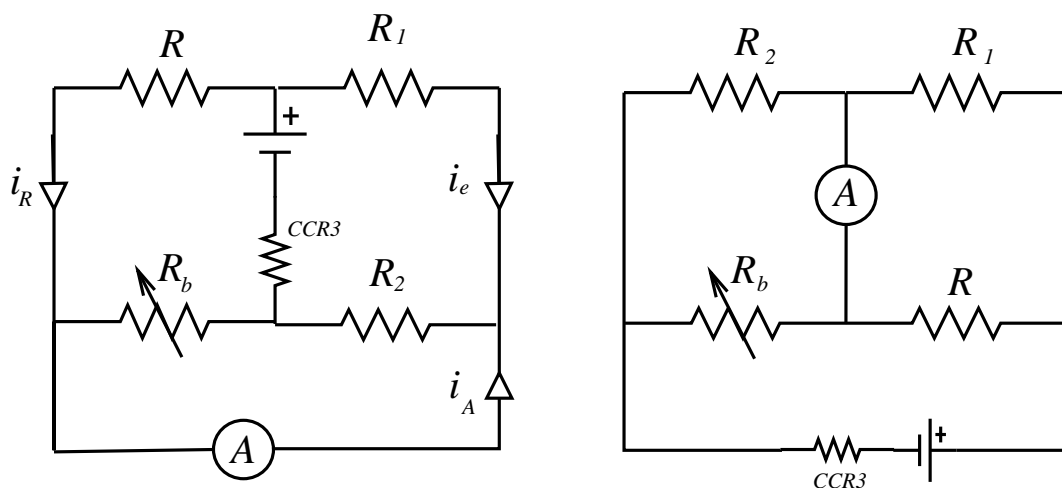
la mesure. A l'aide de la courbe d'étalonnage, corrigez la valeur centrale, et estimez l'erreur systématique.

Citez votre résultat comme

$$\bar{R} \pm \Delta R \pm \delta R$$

## 4 Pont de Wheatstone

Le pont de Wheatstone permet de se libérer des erreurs d'étalonnage du voltmètre et de l'ampèremètre, et de comparer les résistances par une mesure de zéro. On placera le pont à l'équilibre comme précédemment, en n'oubliant pas de placer une résistance externe (CCR3) entre le pont et le générateur afin de ne pas griller les étalons  $R_1$  et  $R_2$ . On notera que la boîte à décade  $R_b$  est aussi d'une précision de 1 ‰ aux alentours de 1000  $\Omega$ .



### 4.1 Pont à l'équilibre

A l'équilibre, on a  $i_A = 0$ ,  $Ri_R = R_1i_e$ ,  $R_b i_R = R_2 i_e$ , et donc

$$\frac{R}{R_b} = \frac{R_1}{R_2}$$

A l'aide de cette formule, mesurez  $R$  dix fois, et obtenez la moyenne et l'écart type. Quelle est la valeur des étalons qui permettra la détermination la plus précise ?

### 4.2 Erreurs systématiques

Dues aux résistances

Évaluez l'erreur systématique due aux erreurs sur la valeur des étalons.

Suggestion :

$$\Delta R = \Delta R_b \frac{R_1}{R_2} + \Delta R_1 \frac{R_b}{R_2} + \Delta R_2 \frac{R_1 R_b}{R_2^2}$$

## Dues à l'ampèremètre

L'ampèremètre a une certaine sensibilité, comme indiqué plus haut. Un courant de l'ordre de 1,5% du fond d'échelle ne peut être détecté. Pour un petit courant  $i_A$ , on peut montrer qu'on a :

$$R = \frac{R_1 R_b}{R_2} + \frac{i_A}{V} \left[ \frac{(R_1 R_2 + R_1 r_A + R_1 R_b + R_2 r_A)(R_1 + R_2) R_b}{R_2^2} \right]$$

où  $V$  est la différence de potentiel aux bornes du pont, et  $r_A$  la résistance de l'ampèremètre. A partir de cette formule, évaluez l'erreur systématique due à la lecture de zéro.

## Mesure

A nouveau, citez votre résultat comme

$$\bar{R} \pm \Delta R \pm \delta R$$

# 5 Mesure directe par la loi d'Ohm

## 5.1 Valeur centrale et écart-type

La loi d'Ohm est donnée par

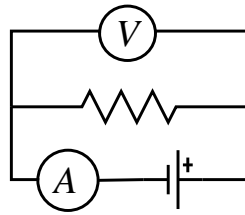
$$V = RI$$

où  $V$  est mesuré à l'aide d'un Voltmètre de résistance interne  $R_V$  et  $I$  est lu à l'ampèremètre, de résistance interne  $r_A$  (il importe dans ce laboratoire d'utiliser les miroirs des galvanomètres qui permettent d'éviter les erreurs de parallaxe). On fera la mesure pour dix valeurs de  $V$  entre 0 et 30 V. Ces valeurs seront choisies pour utiliser une seule échelle sur le voltmètre et sur l'ampèremètre, et pour que les valeurs les plus grandes soient aussi près du fond d'échelle que possible. Les mesures ( $V, I$ ) seront reportées dans une table, on en déduira pour chaque ligne une valeur de  $R$ .

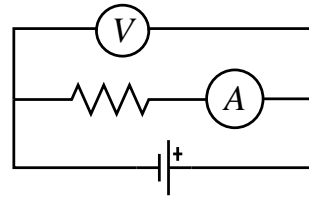
## 5.2 Erreurs systématiques

### 5.2.1 Résistances internes :

Il existe deux manières de faire le montage :



montage 1



montage 2

Quelle est la correction à apporter dans les deux cas ? Quelle est l'erreur systématique avant et après correction ?

Suggestion :

le premier montage donne  $V = \frac{RR_V}{R+R_V}I$ , ou  $R_{rel} = R_{mes} + \frac{R_{mes}^2}{R_V - R_{mes}}$  et après correction, il y a une erreur résultant de la valeur de  $R_V$ , que l'on peut par exemple mesurer à l'ohmmètre. Le deuxième montage donne  $V = (R + r_A)i$ , ou  $R_{rel} = R_{mes} - r_A$ .

Après correction, reporter les valeurs de  $R$  sur un histogramme, et en calculer la moyenne et l'écart type.

### 5.2.2 Voltmètre et ampèremètre

Comme décrit p. XI.3 du manuel de laboratoires, l'erreur des voltmètres et ampèremètres utilisés vaut 1,5 % de la valeur à fond d'échelle. Quelle est l'erreur systématique résultante pour chaque mesure, et globalement ?

Suggestion :

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \delta R = \frac{\delta V}{I} + \frac{V\delta I}{I^2} = \frac{\delta V}{I} + \frac{R\delta I}{I}$$

Quelles sont les meilleures mesures de  $R$  du point de vue des erreurs systématiques ? Gardez les trois meilleures mesures, et donnez l'estimation de la moyenne et des erreurs statistiques et systématiques.

### 5.2.3 Constance au cours du temps

On mesurera  $R$  pour une résistance CCR1 avec une tension de 1 V, puis avec une tension de 30 V deux fois, puis à nouveau avec une tension de 1 V. Les mesures à 1 V sont-elles identiques ? Qu'en est-il pour la résistance que vous mesurez ?

## 5.3 Mesure

On citera le résultat de la mesure comme

$$\bar{R} \pm \Delta R \pm \delta R$$

où  $\Delta R$  est l'erreur statistique, et  $\delta R$  est l'erreur systématique moyenne.

## 6 Comparaison des résultats et combinaison des mesures

Comparez les trois mesures précédentes. Sont-elles compatibles ? Si oui, combinez-les pour obtenir une mesure globale de la résistance en utilisant les formules

$$\bar{R} = \frac{\frac{\bar{R}_1}{\sigma_1^2} + \frac{\bar{R}_2}{\sigma_2^2} + \frac{\bar{R}_3}{\sigma_3^2}}{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} + \frac{1}{\sigma_3^2}}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} + \frac{1}{\sigma_3^2}}$$

$$\sigma_i = \sqrt{(\Delta R_i)^2 + (\delta R_i)^2}$$

Comparez cette mesure avec la valeur obtenue en utilisant le code des couleurs. Votre mesure est-elle compatible avec les spécifications du fabricant ?

## 7 Conclusion et perfectionnement

Pour chaque mesure, vous avez probablement constaté que l'erreur était surtout systématique. Comment, dans chaque cas, pourriez-vous diminuer cette erreur systématique ? Vous avez analysé pour chaque expérience une source d'erreur systématique. Y en a-t-il d'autres ?

## 8 Notes

Dans le cas d'un laboratoire de deux heures, on procèdera comme suit :

- Les étudiants choisiront une résistance de  $1000 \Omega$  (à 5%).
- L'étalonnage peut alors se faire directement, sans recourir à une courbe d'étalonnage, puisque des étalons de  $1000 \Omega$  (à  $1^\circ/100$ ) sont disponibles.
- Les formules relatives au pont de Wheatstone se simplifient dans le cas d'un pont symétrique  $R_1 = R_2 = 1000 \Omega$ .
- On choisira dans la troisième manipulation le deuxième montage, pour lequel les corrections sont plus aisées.